



수학자의 취미는 장난감

수학자는 뭐하고 놀까요? 웬지 영화나 드라마 속 수학자를 떠올리면 쉬는 시간에도 수학 문제를 풀 것 같지만, 장난감 모으기나 놀이가 취미인 수학자가 있어요. 누가 수학자 아니랄까 봐 장난감을 수학적으로 연구하고, 수학 이론을 토대로 전략을 짜서 세계 신기록에도 도전합니다.

글 조가현 기자(gahyun@donga.com) 도움 및 사진 스티븐 밀러(윌리엄대학교 수학과 교수), 황운재(고려대학교 응용수리과학부 교수), Lees
참고자료 키스 모팻, 타다시 도키에다 'Cell reversals: a prototype of chiral dynamics'

PART 1 레고 덕후 수학자의 신기록 도전기	PART 2 장난감 연구하는 수학자	INTERVIEW 국산 장난감 유산 지키는 수학자
--	----------------------------------	--

PART 1

레고 덕후 수학자의 신기록 도전기

Super Star Destroyer™

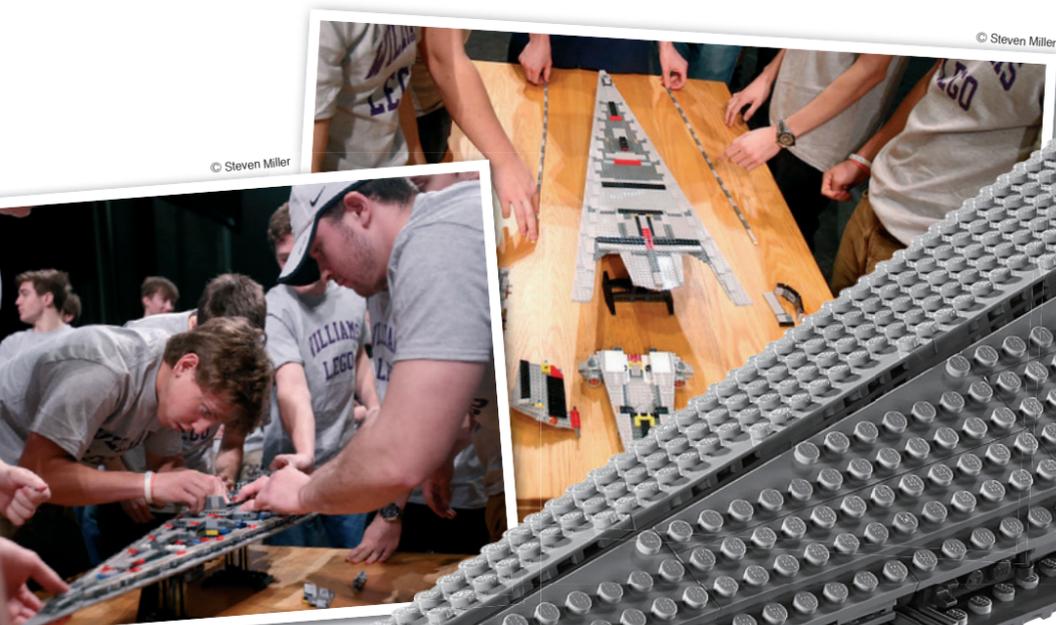
레고 블록의 수가 400~500개만 되도 3~4시간을 꼬박 앉아 만들어야 작품을 완성할 수 있어요. 그런데 3000개가 넘는 블록을 단 10분 만에 조립했다면 믿어지나요?

2015년 1월 28일, 미국 윌리엄스타운 공연예술극장 62센터에서 윌리엄대학교 대학생 59명과 윌리엄스타운초등학교 학생 10명이 레고 스타워즈 시리즈 중 하나인 슈퍼스타 디스트로이어를 9분 31초 만에 완성했어요. 블록 3152개를 8개 팀이 나눠 조립한 결과 세계신기록을 세운 거예요.

많은 사람이 참여했다고는 하지만 보통 11시간 걸리는 모형을 10분 만에 조립했다는 건 놀

라워요. 더 신기한 것은 10분 안에 레고를 완성하기 위해 대학생들이 3주 동안 수학 수업을 듣고 전략을 짰다는 점이에요.

이 이벤트를 계획한 스티븐 밀러 윌리엄대 수학과 교수는 2015년 1월 '레고 브릭(블록)의 수학'이라는 5주짜리 겨울학기 강의를 열었어요. 3주 동안 경우의 수를 따지는 조합론과 자원을 효율적으로 배분하는 데 쓰는 최적화 이론을 가르치며, 학생들에게 10분 안에 슈퍼스타 디스트로이어를 조립하는 전략을 짜라고 도전 과제를 내줬어요. 학생들은 세운 전략을 토대로 2주 동안 레고 조립을 연습했답니다.



**11시간 걸리는 레고,
10분 만에 완성!**

레고 슈퍼스타 디스트로이어

- 길이 124.5cm 무게 3.5kg 브릭 3152 조각 설명서 221쪽
- 초당 5개 조립 참여 인원 69명(대학생 59명 초등학교생 10명)
- 준비기간 5주 수학 공부 3주 조립 연습 2주 관련 수학 분야 최적화, 조합론

조립 시간
→ **9분 31초**
세계신기록

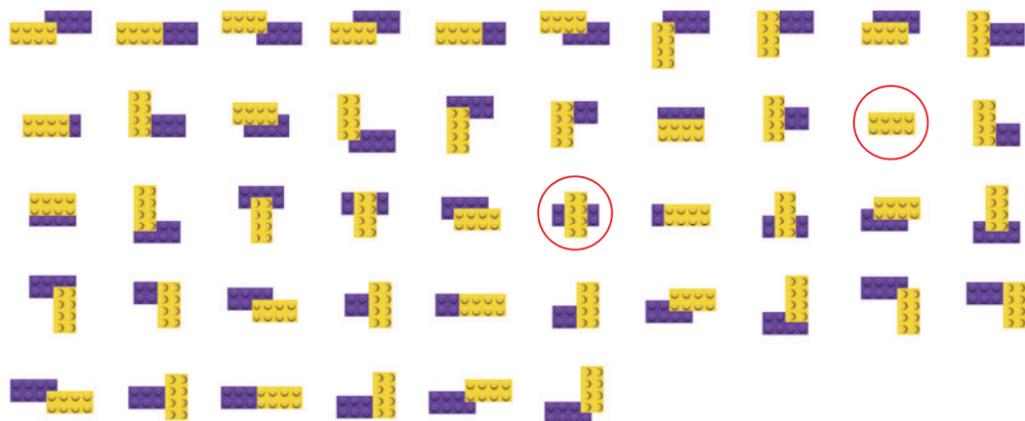


'레고 브릭의 수학' 강의 엿보기

밀러 교수는 3주 동안 어떤 수학 분야를 가르친 걸까요? 크게 두 가지로, 레고 블럭으로 얼마나 많은 작품을 만들 수 있는지 그 경우의 수를 따지는 조합론과 일을 효과적으로 분배해 작업 시간을 줄이는 최적화 이론이에요.

레고 블럭 n개로 만들 수 있는 구조의 개수는?

내가 가진 레고 블럭으로는 몇 개의 다른 구조를 조립할 수 있을까요? 블럭 튀어나온 원기둥 요철이 가로에 4개, 세로에 2개 있는 4x2 레고 블럭 2개를 조립하는 방법은 총 $\frac{4!}{2} + 2 = 24$ 가지예요. 다음과 같이 46개 방법으로 조립할 수 있는데, 이중 동그라미로 표시한 2개는 180° 회전했을 때 모양이 같아 2로 나눠야 하지요.



하지만 블럭을 하나만 늘려도 경우의 수는 1060가지, 6개만 되도 무려 9억 1510만 3765가지로 말도 안 되게 커져요. 그래서 밀러 교수는 컴퓨터 프로그램을 짜서 $m \times n$ 레고 블럭 x 개로 만들 수 있는 구조가 몇 개인지 계산하게 했어요. 이때 가장 중요한 점은 회전했을 때 같은 모양이 되는 구조를 하나도 빼놓지 않고 전체 경우에서 빼는 거예요. 이를 위해 거울대칭에 대해서도 공부했답니다.

계산 속도를 빠르게!

레고 블럭의 경우의 수를 따지는 문제는 계산이 너무 복잡해 제아무리 컴퓨터라고 해도 푸는 시간이 너무 오래 걸려요. 그래서 밀러 교수는 학생들에게 복잡한 계산을 빨리 할 수 있는 알고리즘을 소개했어요. 예를 들면 $m \times n$ 행렬 두 개를 가장 빠르게 계산하는 '슈트라센 알고리즘'과 두 n 자리 곱셈을 정확하면서도 빠르게 계산하는 '카라츰바 알고리즘' 등이지요.



방정식 해 구하기

어떤 상황은 항상 방정식으로 표현이 돼요. 우리가 구하고자 하는 답이 미지수 x 가 될 테니까요. 그런데 많은 경우 정확한 x 값을 구할 수 없어요. 2차 방정식의 해를 알려주는 근의 공식이 고차 방정식에선 존재하지 않거든요. 그래서 방정식의 근삿값을 구해주는 여러 방법, 즉 '뉴턴의 방법', '이분법' 등에 대해 가르쳐줬답니다.

몇 개 팀으로 나눠 조립할까? 분할수 문제

3152개 블럭을 몇 개의 팀으로 나눠 조립하는 게 가장 효과적일까요? 만약 n 개 팀으로 나뉘었다면 팀마다 블럭을 몇 개씩 조립해야 할까요? 이 문제를 풀기 위해선 '분할수'에 대해서 알아야 해요. 분할수란 자연수를 양의 정수의 합으로 나타내는 방법이에요. 예를 들어 5는 5, 4+1, 3+2, 3+1+1, 2+2+1, 2+1+1+1, 1+1+1+1+1 이렇게 7가지로 분할할 수 있어요. 5의 분할 3+2에 1부터 5를 채워 넣는 방법은 {1, 2, 3}, {4, 5} / {1, 2, 4}, {3, 5} / {1, 2, 5}, {3, 4} / {1, 3, 4}, {2, 5} / {1, 3, 5}, {2, 4} / {1, 4, 5}, {2, 3} / {2, 3, 4}, {1, 5} / {2, 3, 5}, {1, 4} / {3, 4, 5}, {1, 2}로 9가지예요. 여기서는 작은 수를 분할했기 때문에 분할수를 구하는 게 어렵지 않았지만, 수가 커지면 분할수를 구하기가 매우 어려워요. 그래서 '영 타블로'라는 다이어그램을 이용해요. 영 타블로를 사용하면 할 수 있는 수학 계산이 여럿 있거든요.

5의 분할 3+2의 영 타블로

1 2 3	1 2 4	1 2 5	1 3 4	1 3 5	1 4 5	2 3 4
4 5	3 5	3 4	2 5	2 4	2 3	1 5
2 3 5	3 4 5					
1 4	1 2					

밀러 교수의 수업을 들은 학생들은 이보다 더 많은 수학 이론을 공부하고, 상황에 맞게 사용해 10분 안에 슈퍼스타 디스트로이어를 조립할 방법을 찾았어요. 여러 방정식을 토대로 계산한 결과 일곱 부분으로 나눠 조립하는 것이 효과적이라는 결과가 나와 7개팀으로 나눠 3152개 블럭을 조립했답니다. 8팀이 아니었냐고요? 마지막 한 팀인 초등학생들은 다른 팀의 진행 사항을 알려주거나 조립할 때 발생하는 각종 심부름을 담당했어요. 어떨까요? 불가능을 가능으로 만드는 수학의 힘이 정말 대단하지요?



© Steven Miller

레고 덕후 수학자 스티븐 밀러

Q. 슈퍼스타 디스트로이어를 가능한 빨리 완성하는 신기록에 도전한 이유가 무엇인가요?

레고 강의의 목적은 레고 블록을 이용해 훌륭한 수학 이론과 인생을 가르치는 거예요. 이왕이면 학생들이 수업을 통해 '조직 경영'을 경험해보면 좋겠다는 생각에 신기록 도전이라는 과제를 내줬지요.

경영을 하다 보면 다음과 같은 질문에 맞닥뜨리게 돼요. 혼자 하면 오래 걸리는 일을 어떻게 여러 사람에게 분배해 효과적으로 일할까? 일에 대해 잘 모르는 직원들에게 어떻게 동기를 부여할까? 문제가 생겼을 때 어떻게 대처해야 할까?

그런데 슈퍼스타 디스트로이어를 10분 만에 조립하는 전략을 짤 때도 이 질문을 하게 돼요. 결국 학생들은 여러 사람이 동시에 문제를 해결할 수 있도록 크고 복잡한 문제를 작게 여러 개로 나누는 '병렬화' 작업을 하면서 경영을 배우게 되지요.

실제로 이번 도전을 하면서 특정 부분의 조립시간이 너무 많이 걸리는 문제를 설명서와는 다른 조립 순서를 찾아내 해결했습니다.



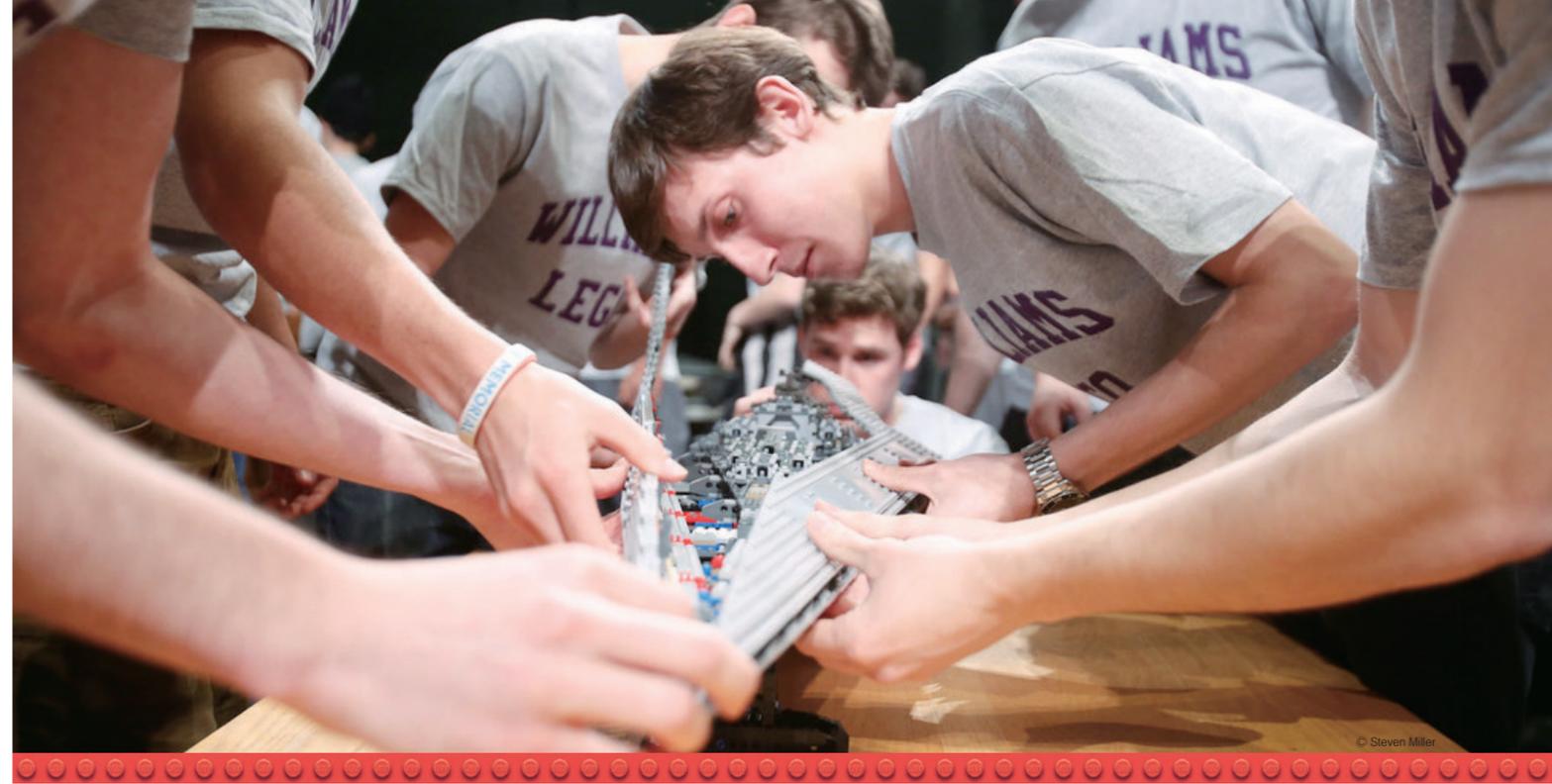
© Steven Miller

Q. 초등학생 10명이 신기록 도전에 참여했어요. 초등학생을 참여시킨 이유가 있나요?

가능하면 많은 사람을 참여시키고 싶어요. 우리 도전에 많은 사람들이 관심을 가지고 참여하면 더 열심히 할 수 있는 힘이 생기거든요. 또 제가 예상하지 못했던 흥미로운 일도 생기고요. 초등 학교에 가서 봉사활동을 하는 것도 수업의 일부라 대학생이 초등학생에게 수학과 레고 조립하는 방법을 가르쳐줬답니다.

Q. 레고 신기록 도전을 하면서 가장 기억에 남는 순간이 있나요?

도전 당일 지역 주민들이 운동선수를 응원하듯이 우리의 도전을 한마음 한뜻으로 격려한 거예요. 수많은 사람이 도전에 성공하길 바라는 그 분위기를 잊을 수가 없어요.



© Steven Miller

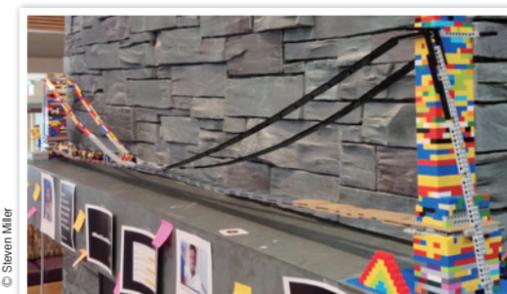
Q. 어렸을 때부터 레고를 좋아했나요?

아주 어렸을 때부터 레고를 좋아했어요. 그때는 가지고 있는 레고 세트가 많지 않았기 때문에 설명서대로 레고를 조립하고 나면 다시 분해해 다른 레고 블록과 막 섞었어요. 그리고 어디에도 없던 새로운 레고 작품을 만들었지요. 그 과정에서 저절로 창조적인 문제해결사가 되었답니다. 이처럼 다른 작품을 만들 수 있는 게 레고의 매력인 것 같아요.

셀마 행진*
흑인 인권 운동가
마틴 루터 킹이
주도한 흑인 투표권
쟁취 운동.

Q. 앞으로도 계속 레고 수업을 할 계획인가요?

봉사활동이라고 생각하고 계속 강의할 계획이에요. 2016년부터는 마틴 루터 킹의 셀마 행진*을 기념하기 위해 레고 블록으로 현수교를 만들고 있어요. 다리가 서로 떨어진 두 곳을 연결하는 거잖아요. 서로 다른 인종을 다리로 연결한다는 의미를 가지고 있어요. 올해 목표는 학교 광장 2층에 현수교를 건립하는 거랍니다.



© Steven Miller

2016년 1월 윌리엄대 학생들과 윌리엄스타운 초등학생들이 함께 만든 셀마 행진 기념 현수교. 현수교를 건설하는 데 레고 블록이 몇 개나 필요한지 예측하고, 다리가 무너지지 않게 설계하고, 여러 명이 힘을 합쳐 빨리 건설할 방법을 찾는 것이 바로 수학 문제!



© 레고 코리아

PART 2

장난감 연구하는 수학자

프로그램 평균 조회 수 40만회, 평균 댓글 400개! 타다시 도키에다 미국 스탠퍼드대학교 수학과 교수의 유튜브 기록이에요. 수학자가 만드는 유튜브 영상이니만큼 당연히 내용은 수학! 대체 어떤 비법이 있기에 이렇게 높은 조회수를 기록한 걸까요?

바로 장난감에 숨은 수학이나 과학을 알려주기 때문이에요. 어떤 내용인지 도키에다 교수의 영상을 잠깐 엿볼까요? 켄다마는 우리에게 낯소 생소하지만 일본과 미국, 유럽에서 선풍적인 인기를 끌고 있는 장난감이에요.

모래시계 모양으로 생긴 본체에는 큰 컵과 작은 컵이 양옆에 붙어 있고, 구멍 뚫린 공이 줄에 달려 있어요. 본체는 원뿔 모양의 기둥인 손잡이와 연결돼 있는데, 뾰족한 부분을 꼭지, 반대쪽을 바닥컵이라고 불러요.

켄다마를 즐기는 방법은 매우 간단해요. 요요처럼 줄을 당겨서 컵이나 꼭지에 공을 올려 놓는 거예요. 컵에 공을 올리는 건 처음엔 어려워도 몇 번 연습하다 보면 누구나 쉽게 할 수 있어요.

문제는 꼭지에 공을 끼우는 거예요. 공의 구멍은 하나고, 이 구멍 역시 크지 않기 때문에 꼭지에 공을 끼우기가 만만치 않아요. 줄을 잡아 당겨 공중에 공을 띄우면 공은 제멋대로 회전해 꼭지가 구멍이 아닌 다른 부분에 맞고 튕겨져 나가기 일쑤거든요.

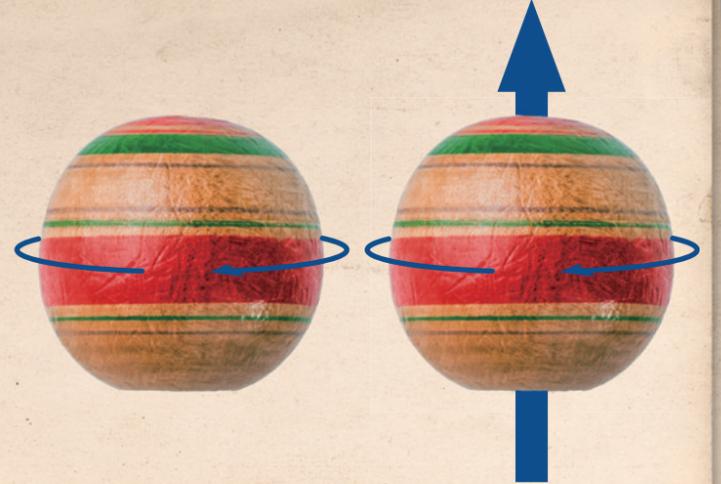
켄다마 공 끼우는 비결은 각운동량 보존법칙!

켄다마 고수들은 손잡이를 잡고 공을 아래로 늘어뜨린 뒤 공이 멈출 때까지 기다렸다가 재빨리 적당한 높이로 공이 회전하지 않도록 띄우려



켄다마 속 각운동량 보존법칙

회전 운동을 하는 물체는 외부에서 돌림힘(물체를 회전시키기 위해 가하는 힘)이 작용하지 않는 한 일정한 빠르기로 회전 운동을 유지해요. 따라서 공의 구멍에서 바닥과 수직으로 만나는 직선을 그리고 이 선을 축으로 공을 회전시키면 공을 공중에 띄워도 공은 다른 방향으로 회전하지 않아요. 공의 구멍 뚫린 부분이 계속 바닥을 향하기 때문에 공을 꼭지에 끼우기 쉬워져요.



고 가르칩니다. 공의 구멍은 줄이 연결된 부분의 정반대에 있어, 공을 아래로 늘어뜨리면 구멍은 바닥을 향하게거든요. 회전 없이 공을 띄우면 구멍이 계속해서 바닥을 향하게 되니까 꼭지를 똑바로 세우면 공을 끼우기가 쉬워져요.

하지만 도키에다 교수는 고수들과 달리 공을 회전시키라고 이야기해요. 공을 아래로 늘어뜨린 뒤 옆으로 회전시킨 다음 공중에 띄우라는 거지요. 회전을 시작한 공은 다른 외부 자극(힘)이 있지 않는 한 그 방향으로만 회전을 하려고 해서, 바닥을 향하고 있던 구멍이 다른 방향을 향하지 않고 돌기 때문에 꼭지에 공을 끼우기가 쉬워진대요.

그런데 이게 무슨 수학이냐고요? 물리 아니냐고요? 도키에다 교수의 연구 분야는 수리물리학이에요. 물리학에서 다루는 여러 가지 문제를 수학적으로 해석하는 분야지요. 그래서 그런지 도키에다 교수의 장난감 설명은 얼핏 보면 물

리학에 가까워 보입니다. 현재 도키에다 교수는 미국 국립과학재단의 지원으로 만드는 유튜브 채널 넘버파일에서 '타다시의 토이(장난감)'라는 프로그램을 운영하고 있어요. 한 달에 한 번 꼴로 장난감 속 수학·과학 원리를 동영상으로 통해 만나볼 수 있답니다.

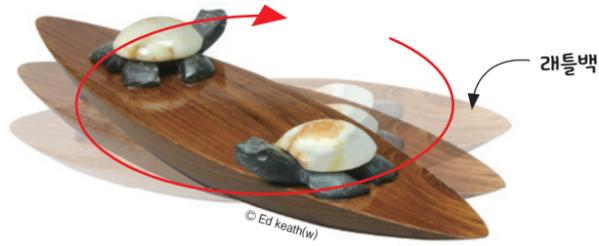


유튜브에서 'Catching Kendama - Numberphile'이라고 검색하면 도키에다 교수가 알려주는 켄다마 속 숨은 원리를 영상으로 만나볼 수 있다.

각운동량 보존법칙을 거스르는 래틀백 원리는?

혹시 래틀백이라는 장난감을 아나요? 우리나라에선 생소하지만 기원전 500년경 유럽에 살았던 켈트족도 즐겨 갖고 놀았던 유서 깊은 장난감이에요. 래틀백은 특정 방향으로만 잘 도는 독특한 성질이 있어요. 예를 들어 시계 반대 방향으로 장난감을 돌리면 회전을 제대로 하지 못하고 덜컥거리다가 이내 시계 방향으로 회전해요.

래틀백은 앞서 살펴봤던 각운동량 보존법칙



을 거스르는 것처럼 보여 수리물리학자의 호기심 대상이었어요. 도키에다 교수도 예외는 아니었어요. 2008년 도키에다 교수와 영국 수학자 키스 모팻은 6개의 미분방정식으로 래틀백의 움직임을 나타냈어요.

래틀백 모양은 타원방정식으로, 회전은 카이랄성과 코리올리 효과를 변수로 방정식을 세웠어요. 그 결과 질량의 불균형과 바닥면의 기울기 차이, 아주 작은 '카이랄성'과 '코리올리 효과'가 래틀백이 선호하는 회전 방향을 갖도록 만든다고 밝혔어요.



도키에다 교수는 래틀백 연구를 토대로 '카이랄백(chiralback)'이라는 장난감도 개발했다. 래틀백 2개를 겹쳐 놓은 모양으로, 장난감을 거꾸로 뒤집으면 선호하는 회전 방향이 달라진다.

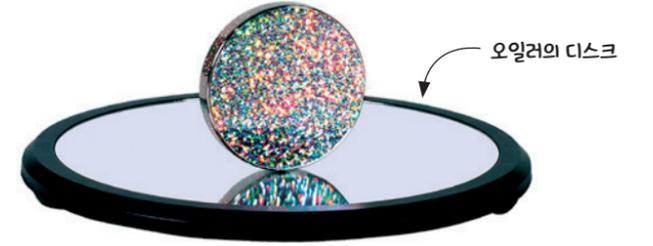
여기서 카이랄성은 회전이 거울대칭인 것을 말해요. 왼쪽 방향으로 돌아가는 나선과 오른쪽 방향으로 돌아가는 나선이 카이랄성을 따르는 대표적인 예입니다. 코리올리 효과는 지구처럼 회전하고 있는 곳에서 물체가 겪는 관성력이에요. 예를 들어, 북반구에서 직선 운동을 하는 물체는 오른쪽으로 휘어요.

오일러의 디스크로 수리물리 연구!

래틀백처럼 회전하는 장난감 중에서는 물리 법칙에 어긋나는 행동을 보이는 게 있어요. 왜 그런 현상이 일어나는지 밝히기 위해 수리물리학자는 장난감을 가지고 놀며 연구하곤 하지요. 도키에다 교수의 단골 강연 주제로 등장하는 '오일러의 디스크'도 그 중 하나예요.

동전을 세워서 돌리면 멈추기 직전에는 통통 튀면서 돌잖아요. 오일러의 디스크 역시 같은 원리로 도는 장난감으로, 거울 위에 자석으로 된 원반을 올려놓고 돌리면 쓰러지지 않고 100초 이상 돌아요. 새로운 돌림힘 없이 계속해서 도는 것이 신기했던 모팻은 오일러의 디스크의 움직임을 설명하는 방정식을 만들었어요.

방정식에 따르면 디스크의 무게가 무거울수록 디스크가 오래 돌고, 디스크가 거울 바닥에 가까워질수록 도는 속도가 빨라져요. 즉 멈추기 직전에 속도가 가장 빨라요. 에너지를 잃었을 때 속도가 가장 빠르다니 뭔가 이상하지요? 이처럼 물리 법칙이 적용되지 않는 지점을 '특이점'이라고 불러요. 특이점은 블랙홀 내부를 제외하고는 우주 어느 곳에도 없다고 알려져 있어요. 따라서 현실세계에서 오일러의 디스크는 영



원히 돌지 않고 멈추는 거예요.

모팻 교수의 이 연구는 난기류에서도 하늘을 잘 날 수 있는 항공기를 설계하는 데 도움이 되고 있어요. 이처럼 장난감은 수리물리를 연구하는 수학자에게 좋은 연구 대상이랍니다.

수학자들이 장난감을 가지고 노는 방법을 살펴보니 어땠나요? 집에 있는 장난감이 다시 보이진 않나요? 우리가 미처 몰랐던 수학 원리가 장난감에 숨어 있을지 모르니, 장난감을 꼼꼼히 들여다 보세요.



장난감 속 수학 원리 밝히고 선물 받자!

평소 가지고 놀던 장난감 속 수학, 과학 원리를 수학동아 블로그(mathdonga.blog.me)에 제보해 주세요. 추첨을 통해 래틀백과 오일러의 디스크, 황운재 교수의 소장품 해즈브로 스타워즈 R2-D2 피규어를 드립니다. 황운재 교수님은 다음 쪽에 나와요!

© 스탠퍼드대학교



©조가현

INTERVIEW

국산 장난감 유산 지키는 수학자 황운재

문을 열고 들어선 이곳에는 뽀로로부터 아톰과 강통로봇, 배트맨까지 수많은 장난감이 책장 안을 가득 채우고 있었어요. 자세히 보니 장난감 뒤에는 만화책도 즐비하네요. 장난감 박물관이냐고요? 만화 카페냐고요? 이곳은 수학자의 연구실입니다.

Q. 자기소개를 해주세요.

고려대학교 세종캠퍼스 응용수리과학부에서 '수치해석*'을 연구하고 있는 수학자 황운재입니다. 제 취미는 장난감과 만화책 모으기에요. 20여 년 전 미국에서 유학할 당시 햄버거 가게에서 햄버거를 먹으면 미니카 4종 중 하나를 주는 이벤트가 있었어요. 하나를 얻고 나니 나머지가 갖고 싶더라고요. 그래서 4종 모두를 손에 넣었죠. 이 일이 계기가 돼서 장난감을 모으기 시작했어요. 처음에는 미국 장난감을 사서 모았는데, 어느 순간 국산 장난감에 눈이 가더라고요. 그래서 지금은 국산 장난감과 만화책 수집에 열을 올리고 있습니다.

수치해석*

문제가 너무 복잡해 정확한 답을 구할 수 없을 때 근에 가장 가까운 값을 구하는 방법을 연구하는 분야.



©황운재

Q. 국산 장난감을 모으는 특별한 이유가 있나요?

불과 20~30년밖에 되지 않은 국산 장난감과 만화책도 구하기 매우 어려워요. 우리나라는 주택보다는 아파트에서 많이 살잖아요. 집에 창고도 없고 이사도 자주 다니다보니 오래된 장난감이나 만화책은 이사할 때마다 버리는 경향이 있어요. 만화는 과거에 불량도서로 치부해 많이 불태우기도 했어요. 사실 이 모든 게 우리 고유의 문화유산인데 말이에요. 오래된 장난감 하나만 봐도 그 시대를 엿볼 수 있잖아요. 어떤 색깔이 유행했고 어떤 만화 캐릭터가 인기가 있었는지 말이에요. 그래서 저는 우리 고유 문화유산을 지키는 사명감을 가지고 오래된 국산 장난감과 만화책을 수집하고 있어요.

Q. 교수님께서 가장 아끼는 장난감은 무엇인가요?

1995년 우리나라에서 생산된 아톰이에요. 몸의 비율도 맞지 않고 실제 아톰과는 생김 것도 달라요. 아마 일본 장난감을 어설픈게 따라 만들어서 그럴 거예요. 그런데 똑같이 생김 수많은 아톰과는 다르잖아요. 개성도 있고 그 당시 우리나라 상황도 알 수 있어 이 장난감이 제 보물 1호랍니다. 저는 분야를 가리지 않고, 다양하게 장난감을 모아요. 하지만 좋아하는 장난감은 이 아톰처럼 지금은 볼 수 없는 개성 있는 장난감이에요. 만화책도 1960~1970년대에 발간된 것을 더 좋아하지요. 지금과는 다른 그림체, 색채를 가지고 있어 더 매력적으로 다가옵니다.

Q. 교수님에게 장난감이란?

'인생'이라고 말할 수 있을 것 같아요. 20년 세월을 함께 했고, 앞으로도 계속 같이할 테니까요. 수학자로서 은퇴하고 나면 국산 장난감과 만화책의 역사를 한 눈에 볼 수 있는 도록을 만드는 게 제 꿈이에요. 한 가지 바람이 있다면 30~40년 이상 오랫동안 사랑받는 국산 캐릭터가 있으면 좋겠어요. 1950년대 나온 아톰은 지금도 큰 사랑을 받고 있어 장난감 가게에서 쉽게 살 수 있거든요. 하지만 국산 캐릭터인 돌리나 로봇 태권 V를 장난감 가게에서 볼 수는 없잖아요. 꼭 오랫동안 사랑받는 국산 장난감 캐릭터가 나왔으면 좋겠어요. 🍀



황운재 교수님 보물 1호.

©조가현